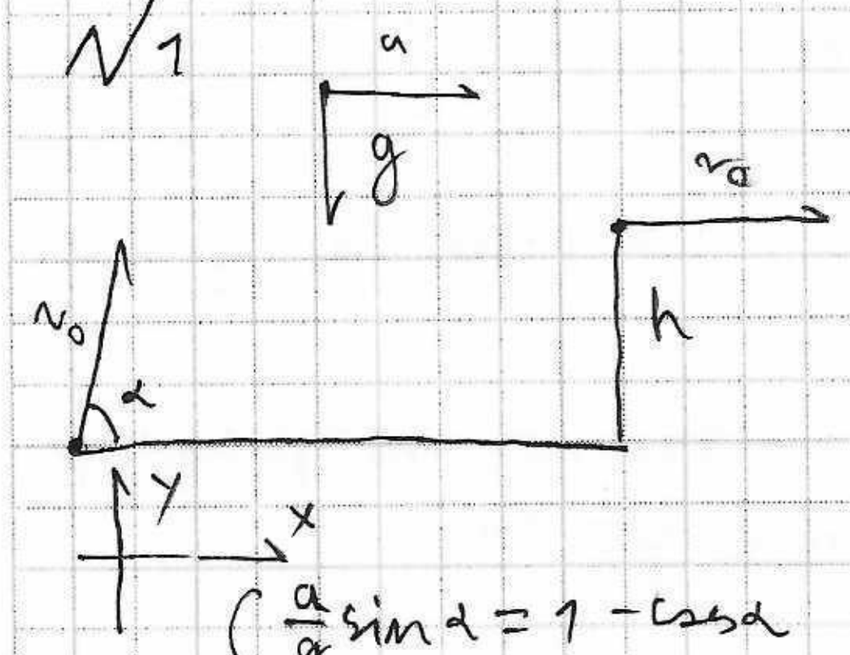
№1



Законы движения на Ox и Oy

$$Ox: v_0\cos\alpha\, t + \frac{at^2}{2} = L$$

$$v_0\cos\alpha + at = v_0$$

$$Oy: v_0\sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2} = h$$

$$v_0\sin\alpha = gt$$

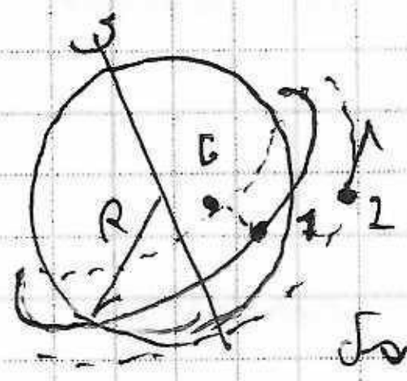
$$\begin{cases} t = \frac{v_0\sin\alpha}{g} \\ \frac{v_0^2\cos\alpha\sin\alpha}{g} + \frac{av_0^2\sin^2\alpha}{g^2} = L \\ \frac{a}{g}v_0\sin\alpha = v_0(1-\cos\alpha) \\ \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g} - \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} = h \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{a}{g}\sin\alpha = 1-\cos\alpha \\ \frac{v_0^2\cos\alpha\sin\alpha}{g} + \frac{av_0^2\sin^2\alpha}{g^2} = L \\ \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} = h \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}g \\ v_0^2\cos\alpha\sin\alpha + \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}\sin^2\alpha\, v_0^2 = Lg \\ v_0^2 = \frac{2gh}{\sin^2\alpha} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin^2\alpha = \frac{2gh}{v_0^2} \\ v_0^2(\cos\alpha\sin\alpha + 1 - \cos\alpha\sin\alpha) = Lg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\alpha = \sqrt{\frac{2gh}{Lg}} = \sqrt{\frac{2h}{L}} = 1 \\ v_0 = \sqrt{Lg} = 10\ м/с \end{cases} \Rightarrow a = g$$

Ответ: $v_0 = 10\ м/с$; $a = g = 10\ м/с^2$

№2



Пусть сутки длятся T, тогда $\omega = \omega_1 = \frac{2\pi}{T}$;

для выполнения условий 2 ИСЗ ω относительно планеты $\frac{2\pi}{T}$, иначе не каждые сутки будет пролетать над 1 раза $\Rightarrow$

$\omega_2 = \omega + \frac{2\pi}{T} = 2\omega$; [Считая спутники одинаковыми (по массе)] запишем закон притяжения: $\omega_1^2 R = \frac{C}{R^2}$, $\omega_2^2 R_2 = \frac{C}{R_2^2}$

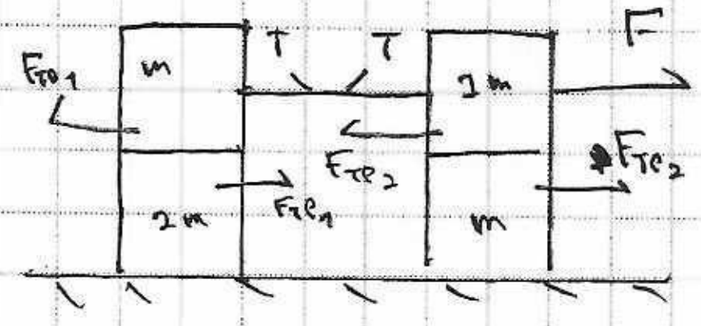
где C - некая константа ($\omega^2 R$ - нормальное ускорение)

В итоге $\omega_1^2 R^3 = \omega_2^2 R_2^3$; $\omega^2 R^3 = n\omega^2 R_2^3$; $R_2 = n^{-\frac{1}{3}} R$

$\Rightarrow \Delta R_{min} = R - R_2 \approx 0{,}37R$

Ответ: 0,37 R

№3



Конструкция начнется в 3 случаях: $T \geq 10H$; $F_{тр_1} = m\mu g$; $F_{тр_2} = 2m\mu g$, найдём первую начинку при возрастании F по II зак. Ньютона (рассматриваем граничный случай)

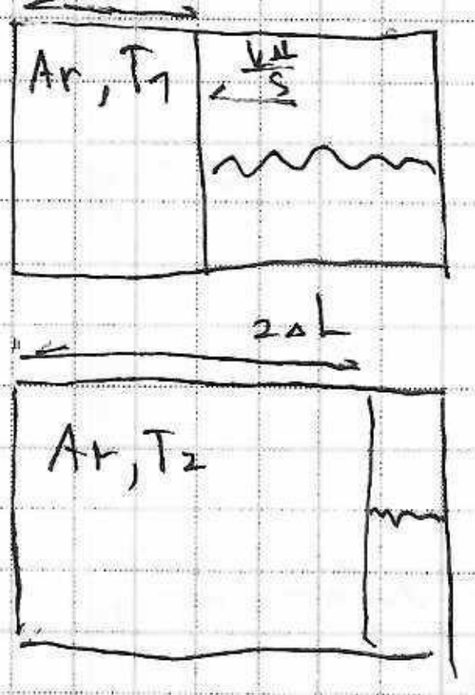
$$\Rightarrow a_1 = a_2 = \begin{cases} 2ma = F - T - F_{тр_2} \\ ma = F_{тр_2} \\ ma = T - F_{тр} \\ 2ma = F_{тр_1} \end{cases}; \begin{cases} 3ma = F - F_{тр_1} - F_{тр_2} \\ ma = F_{тр_2} \\ 2ma = F_{тр_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{тр_1} = \frac{F}{3} \\ F_{тр_2} = \frac{F}{6} \end{cases}$$

$$T = F - F_{тр_1} - F_{тр_2} = \frac{F}{2} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} F < 3F_{тр_{1м}} \\ F < 6F_{тр_{2м}} \\ F < 2T_м \end{cases}; \begin{cases} F < 3mg\mu \\ F < 12mg\mu; \\ F < 10H \end{cases} \begin{cases} F < 15H \\ F < 60H \\ F < 20H \end{cases} \Rightarrow F < 15H \Rightarrow$$ по графику при $t = 14c$

Ответ: через 14 с от $t = 0$

№4



По I зак. термодинамики: $Q = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + A$;

диаграмма $A = \Delta W = \frac{k \cdot (2\Delta L)^2}{2} - \frac{k\Delta L^2}{2} = \frac{3}{2} k\Delta L^2$

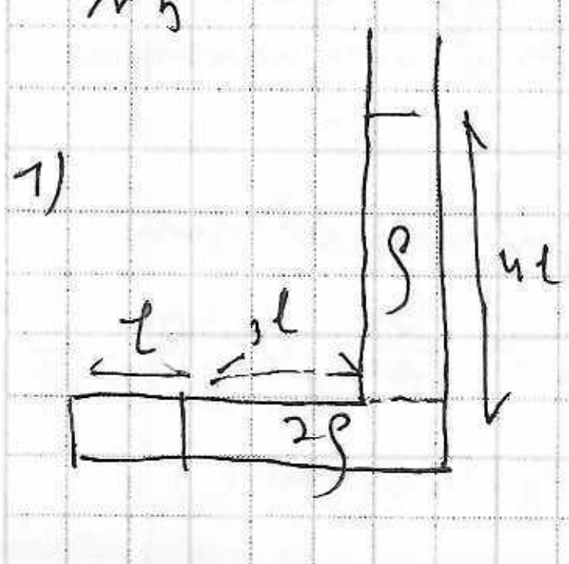
По закону Менделеева-Клапейрона:

$$\begin{cases} \frac{k\Delta L}{S} \cdot S\Delta L = \nu RT_1 \\ \frac{k \cdot 2\Delta L}{S} \cdot S \cdot 2\Delta L = \nu RT_2 \end{cases} \Rightarrow \nu R(T_2 - T_1) = 3k\Delta L^2 = 2A \Rightarrow$$

$$Q = 3A + A = 4A = 6кДж$$

Ответ: 6000 Дж

№5



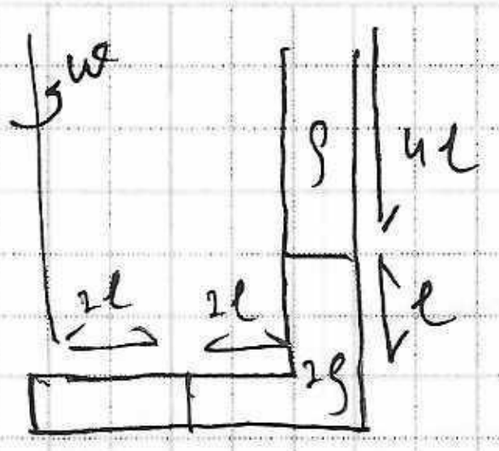
запишем равенство давлений в каждом

1) $4\rho g l = p_г$ $\quad p_г S l = \nu RT$

2) $4\rho g l + 2\rho g l = p_г' + p_{2ω}$; $p_г' S 2l = \nu RT \Rightarrow p_г' = \frac{p_г}{2}$

$$p_{2ω} = \underbrace{\omega^2 \cdot \underbrace{3l}_{r}}_{a} \cdot \underbrace{2l \cdot S \cdot 2\rho}_{m} \cdot \frac{1}{5} = 12\omega^2 l^2 \rho \Rightarrow$$

olymp.bmstu.ru

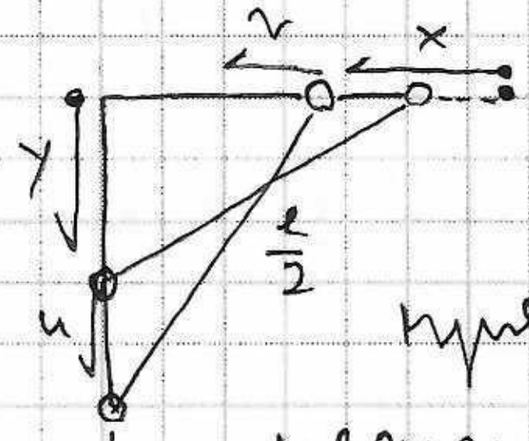


$6\rho g l = \frac{p_г}{2} + 12\omega^2 l^2 \rho = 12\rho g l + 12\omega^2 l^2 \rho =>$

$12\rho g l = 12\omega^2 l^2 \rho \quad g = 3\omega^2 l ; \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{3l}}$

Ответ: $\omega = \sqrt{\frac{g}{3l}}$

№6



Рассмотрим крайнюю и среднюю бусинку они будут двигаться по прямому углу с постоянным расстоянием между ними => По теореме Пифагора:

$\frac{l^2}{4} = y^2 + (\frac{l}{2} - x)^2 ; \quad 0 = y^2 + x^2 - lx ; \quad lx = y^2 + x^2$; взяв. производную по времени: $l = 2y\dot{y} + 2x\dot{x} ; \quad \frac{l}{2} = yu + xv ;$ из ЗСЭ:

$mgy = \frac{mu^2}{2} + mv^2$ (крайняя 2) => $2gy = u^2 + 2v^2 ;$

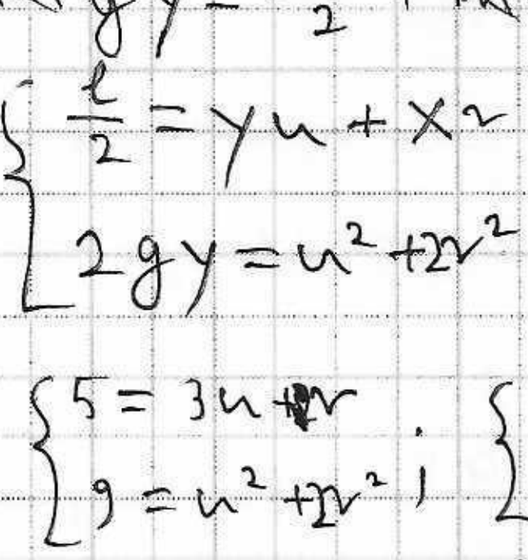
$\begin{cases} \frac{l}{2} = yu + xv \\ 2gy = u^2 + 2v^2 \end{cases}$ | в условии $x = \frac{l-5}{2} = \frac{1}{20}$ | $y = \frac{1}{2}\sqrt{l^2 - 5^2} = \frac{9}{20}$ => $\begin{cases} 1,5 = 0,9u + 0,3v \\ 9 = u^2 + 2v^2 \end{cases}$

$\begin{cases} 5 = 3u + v \\ 9 = u^2 + 2v^2 \end{cases} ; \quad \begin{cases} v = 5 - 3u \\ 9 = u^2 + 2v^2 \end{cases} ; \quad 9 = u^2 + 50 - 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2u + 9u^2 ;$

$10u^2 - 60u + 41 = 0 ; \quad u^2 - 6u + 4,1 = 0$

$D = 19,6 ; \quad u = \frac{6 \pm \frac{7}{5}\sqrt{10}}{2} = 3 \pm 0,7\sqrt{10}$, т.к. если $u = 3 + 0,7\sqrt{10}$ $v < 0$ (перемещение выбрано правильно и $\vec{v}$ не может быть направлен в другую сторону =>

$u = 3 - 0,7\sqrt{10} \approx 0,79 \frac{м}{с} => v \approx 2,64 м/с$



ускорения: $0 = \dot{y} + y\ddot{y} + \dot{x} + x\ddot{x} =>$

$\begin{cases} T\cos\alpha = m\ddot{x} \\ mg - T\sin\alpha = m\ddot{y} \\ 0 = \dot{y} + y\ddot{y} + \dot{x} + x\ddot{x} \end{cases}$ | $\begin{cases} T\frac{5}{l} = m\ddot{x} = T\frac{4}{5} \\ mg - T\frac{\sqrt{l^2-5^2}}{l} = m\ddot{y} = -T\frac{3}{5} + mg \\ 0 = 0,79 + 2,64 + 0,5\ddot{x} + 0,9\ddot{y} \end{cases}$

$$\begin{cases} \ddot{x} = 9T \\ \ddot{y} = -6T + g \\ -34{,}3 = 3\ddot{x} + 9\ddot{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x} + 3\ddot{y} = -11{,}4 = 9T \\ -11{,}4 = 9T - 18T + 3g \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} -10T = -11{,}4 - 30 \\ T = 4{,}14\ \text{Н} \end{array}$$

Ответ: скорость верхнего: 2,64 м/с, нижнего: 9,79 м/с

$T = 4{,}14$ Н

№7 (С3)

1) Сначала: $P_0V = \nu_0 RT_0 \Rightarrow \nu_0 = \frac{P_0V}{RT_0} \approx 0{,}02$ моль; половина кислорода вошла в реакцию $\frac{\nu_0}{2}$, причём в O_2 две молекулы в Al_2O_3 3 $\Rightarrow$ $\nu_{Al_2O_3} = \frac{\nu_0}{2} \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow m_{Al_2O_3} = \nu_{Al_2O_3} \cdot \mu_{Al_2O_3} = \frac{\nu_0}{3} \cdot (\mu_{Al} \cdot 2 + \mu_O \cdot 3) = 0{,}68$ г

2) рассмотрим реакцию и запишем для неё ЗСЭ, считая, что тепло ушло в окружающую среду:

$4Al + 3O_2 = 2Al_2O_3 \Rightarrow 4 \cdot U_{Al} + 3U_{O_2} = 2U_{Al_2O_3} + Q$

будем считать, что алюминий был в кристаллах $\Rightarrow$

$4 \cdot 3RT_ч + 3 \cdot \frac{5}{2} RT_ч = 2 \cdot 3RT_ч + Q$ (в кристаллах на каждую колебательную по RJ) $\Rightarrow$ $Q = 13{,}5RT_ч$, где Q – количество теплоты полученное при каждой реакции на моль

$T_ч$ – средняя температура смеси $\left(\frac{T_0 + T_к}{2}\right) \Rightarrow Q_н = Q \cdot \nu_{Al} = Q\frac{\nu_0}{3}$

Тогда по I зак. тер.: $U_{O_2} + U_{Al}^{+Q} = U_{Al_2O_3} + U'_{O_2} \Rightarrow$

$\frac{5}{2}\nu_0 RT_0 + 3\nu_{Al}RT_0 + \frac{13{,}5}{3}\nu_0 R\left(\frac{T_0 + T_к}{2}\right) = 3R\nu_{Al_2O_3}RT_ч + \frac{5}{2}\frac{\nu_0}{2}RT_к$; на R сократим

$\frac{5}{2}\nu_0 T_0 + 3\frac{\nu_{Al_2O_3}}{2}T_0 + \frac{13{,}5}{6}\nu_0 T_0 = 3\nu_{Al_2O_3}T_к + \frac{5}{4}\nu_0 T_к - \frac{13{,}5}{6}\nu_0 T_к$

$T_0\left(\frac{5}{2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{13{,}5}{6}\right) = T_к\left(1 + \frac{5}{4} - \frac{13{,}5}{6}\right)$; т.к. $1 + \frac{5}{4} = \frac{13{,}5}{6} \Rightarrow$

Домножим изначально выражение в скобках $\Rightarrow \frac{13{,}5}{6} \to \frac{7{,}5}{6} \Rightarrow$

$T_0 \cdot \frac{17}{4} = T_к \cdot 1 \Rightarrow T_к = T_0\frac{17}{4}$; По зак. Менделеева-Клапейрона:

$P_к V = \left(\nu_{Al_2O_3} + \frac{\nu_0}{2}\right)RT_к = \frac{5}{6}\nu_0 \cdot R \cdot \frac{17}{4}T_0$; $P_к = \frac{\frac{5}{6} \cdot 0{,}02 \cdot 8{,}31 \cdot \frac{17}{4} \cdot 293}{10^{-3}} \approx 1{,}7$ атм

Ответ: $m_{Al_2O_3} = 0{,}68$ грамм; $P_{max} = 1{,}7$ атм

olymp.bmstu.ru